I　次の $\boxed{}$ にあてはまる最も適当な数または式を解答欄に記入しなさい。

（1）　2次方程式 $x^2+ax+b=0$ が $\dfrac{2-\sqrt{3}i}{2+\sqrt{3}i}$ を解にもつとき，実数 a，b の値は $a=\boxed{\text{(ア)}}$，$b=\boxed{\text{(イ)}}$ である。

（2）　第50項が2013，第500項が213である等差数列の初項から第 n 項までの和を S_n とするとき，$S_n=\boxed{\text{(ウ)}}$ である。また S_n が最大となるような n の値は $n=\boxed{\text{(エ)}}$ である。

（3）　実数 a が $4^a-2\cdot4^{-a}=1$ を満たすとする。このとき $2^a+3\cdot2^{3a}=\boxed{\text{(オ)}}$ である。また，不等式 $3n^2-16n+11<0$ と $\log_2 n \geqq 3a$ の両方を満たす自然数 n は全部で $\boxed{\text{(カ)}}$ 個ある。

（4）　関数 $f(x)=2x^3+9x^2-3x-7$ が $x=\alpha$ で極大値 M をとり，$x=\beta$ で極小値 m をとるとき，$\beta-\alpha=\boxed{\text{(キ)}}$ であり，$M-m=\boxed{\text{(ク)}}$ である。

（5）　三角形OABにおいて，OA＝8，OB＝10，AB＝12 とする。このとき $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ の内積は $\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\boxed{\text{(ケ)}}$ である。また，三角形OABの垂心をHとし，$\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を用いて表すと $\overrightarrow{\mathrm{OH}}=\boxed{\text{(コ)}}$ となる。

Ⅱ　次の $\boxed{}$ にあてはまる最も適当な数または式を解答欄に記入しなさい。

（1）　50! を計算すると，末尾には 0 が連続してちょうど $\boxed{（サ）}$ 個並ぶ。

（2）　2 次関数 $y=x^2-2ax+6a$ $(1 \leqq x \leqq 2)$ の最小値が 9 であるとき，定数 a の値は $a=$ $\boxed{（シ）}$ である。

（3）　$\displaystyle\int_{-2}^{5}|x^2-9|\,dx=$ $\boxed{（ス）}$ である。

（4）　2 つのベクトル $\vec{a}=(-1,\ -1,\ 0)$，$\vec{b}=(1,\ 2,\ 2)$ があり，実数 t に対して $\vec{x}=(1-t)\vec{a}+t\vec{b}$ とする。このとき $\vec{a}$ と $\vec{x}$ のなす角が 45° となるような t の値は $t=$ $\boxed{（セ）}$ である。

（5）　多項式 $2x^3-6x^2+7x-5$ を多項式 $P(x)$ で割ると $3x-5$ 余り，さらに $P(1)=-4$ であるとき，$P(x)=$ $\boxed{（ソ）}$ である。

Ⅲ 次の $\boxed{}$ にあてはまる最も適当な数を解答欄に記入しなさい。

A，B 2人がそれぞれ1個ずつさいころを投げ，出た目の積が偶数ならばAの勝ち，奇数ならばBの勝ちとなるゲームを繰り返し行う。先に3ゲーム勝った方が優勝となり，どちらかが優勝するまでゲームを続けて行う。

(1) 1ゲーム目にAがゲームに勝つ確率は $\boxed{\text{(タ)}}$ である。

(2) 3ゲーム目でAの優勝が決まる確率は $\boxed{\text{(チ)}}$ である。

(3) 5ゲーム目でAの優勝が決まる確率は $\boxed{\text{(ツ)}}$ である。

(4) Aが優勝する確率は $\boxed{\text{(テ)}}$ である。

(5) どちらかが優勝するまでにAが勝つゲーム数の期待値は $\boxed{\text{(ト)}}$ である。

Ⅳ　以下の問いに答えなさい。

（1）　$0 \leqq x \leqq 2\pi$ のとき，次の方程式を満たす x の値を求めなさい。

$$\sin\left(\frac{5}{6}x - \frac{\pi}{6}\right) = 0$$

（2）　次の関数のグラフを解答用紙の所定の欄にかきなさい。

$$y = \sin\left(\frac{5}{6}x - \frac{\pi}{6}\right) \quad (0 \leqq x \leqq 2\pi)$$

（3）　$0 \leqq x \leqq 2\pi$ のとき，次の不等式を満たす x の値の範囲を求めなさい。

$$\sin\left(\frac{5}{6}x - \frac{\pi}{6}\right)\cos\left(\frac{3}{5}x\right) > 0$$

V　p を 2 以上の自然数とする。また，自然数 n に対して，

$$a_n = \sum_{k=0}^{n} p^k, \qquad b_n = {}_{p+n}\mathrm{C}_p \qquad \text{（ただし，} {}_{p+n}\mathrm{C}_p \text{ は二項係数）}$$

と定める。以下の問いに答えなさい。

（1）　すべての自然数 n に対して，次の不等式 Ⓐ が成り立つことを証明しなさい。

$$a_{n+1} > p a_n \quad \cdots\cdots \text{Ⓐ}$$

（2）　すべての自然数 n に対して，次の不等式 Ⓑ が成り立つことを証明しなさい。

$$b_{n+1} \leqq p b_n \quad \cdots\cdots \text{Ⓑ}$$

（3）　すべての自然数 n に対して，次の不等式 Ⓒ が成り立つことを，数学的帰納法を用いて証明しなさい。

$$a_n \geqq b_n \quad \cdots\cdots \text{Ⓒ}$$